

PROGETTO EM.MA - Reggio Emilia

**Rilevazione degli apprendimenti**

Anno Scolastico 2009 – 2010

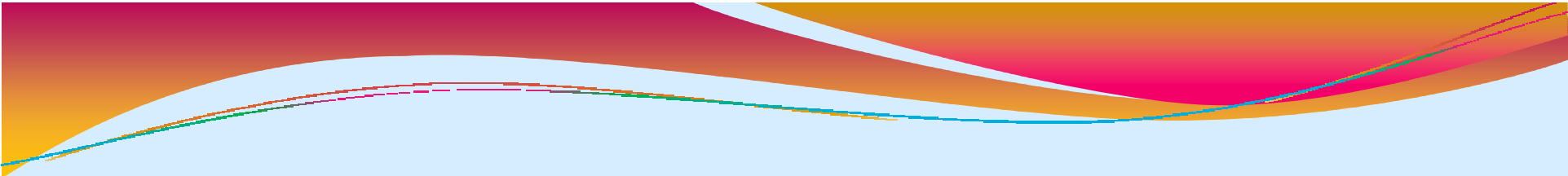
**PROVA DI MATEMATICA**

*Scuola secondaria di primo grado*

**Classe Prima**

Analisi dei quesiti e osservazioni  
pervenute dalle scuole

Cinzia Villani - IC Ligabue -RE



Processo: conoscere e  
padroneggiare diverse forme  
di rappresentazione e  
sapere passare da una  
all'altra..

D7. Carla, Luca e Gianni comprano un sacchetto di caramelle. Carla mangia  $\frac{1}{5}$  delle caramelle, Luca i due decimi, Gianni il 20%. Chi ne mangia di più?

- ☐ A. Carla
- ☐ B. Luca
- ☐ C. Gianni
- ☐ D. Nessuno: tutti ne mangiano lo stesso numero



EMILIA ROMAGNA						
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI			
			A	B	C	D
Numero	D7	2,5	8,1	12,2	26,5	50,7

Risposta C (20%): perché **20** è il valore (assoluto) maggiore

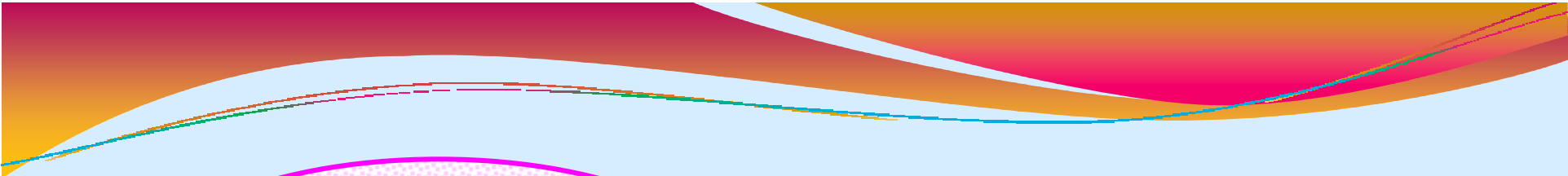
Risposta B (due decimi) : si considerano 2 parti tra le 10 individuate

Frazioni e percentuali non sempre sono affrontate in 1 media (ma alla sc. Elem) *non sono ancora in grado di padroneggiare le diverse forme di rappresentazione, perché hanno conoscenze limitate*

Lettura superficiale, scarsa riflessione (poco tempo)

Scrivere in lettere  
*disorienta*

Difficoltà a individuare le parti, senza conoscere l'intero  
(*≠ calcola il 20% di 50 caramelle*)

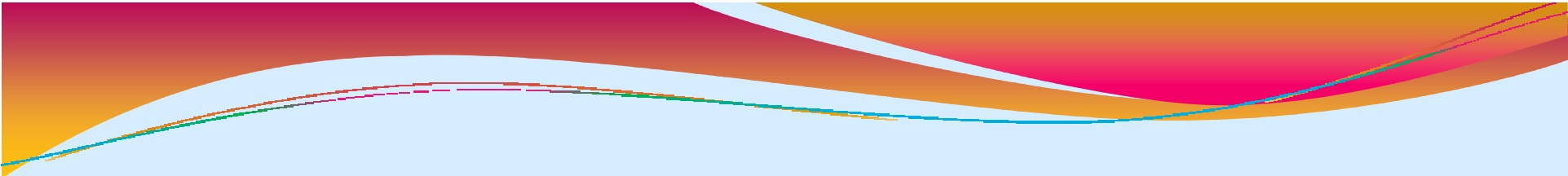


Esercizi di  
trasformazione di un  
numero in frazione, % e  
viceversa

Rappresentazione  
delle tre forme di  
rappresentazione in  
quadrati di 10  
quadretti di lato per  
mettere in evidenza  
che si ottiene la stessa  
parte del quadrato

riflessione sul significato  
di frazione stimolandoli a  
cercare autonomamente  
diversi modi per  
esprimere una frazione.

Esercizi tratti dalla  
vita quotidiana: sconti  
nei negozi 50%, 2x1,  
3x2,



**Processo:** saper risolvere  
problemi, utilizzando gli  
strumenti della matematica...

D6. Nella seguente tabella sono riportati i prezzi del campeggio VACANZE FELICI.

Campeggio VACANZE FELICI - Prezzi giornalieri 2010				
Periodo	dal 18/4 al 13/6 dal 9/9 al 1/11	dal 14/6 al 4/7 dal 26/8 al 8/9	dal 5/7 al 7/8	dal 8/8 al 25/8
Adulti	€ 8,00	€ 10,00	€ 13,00	€ 14,50
Bambini fino a 12 mesi	gratis	gratis	gratis	gratis
Bambini da 1 anno fino a 6 anni	€ 4,00	€ 5,00	€ 6,50	€ 8,50
Bambini da 7 anni fino a 10 anni	€ 6,00	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00

Una famiglia è formata da due adulti, un ragazzo di 9 anni e una bambina di 4 anni. Quanto spenderà per una vacanza di cinque giorni dal 5 al 10 luglio 2010?

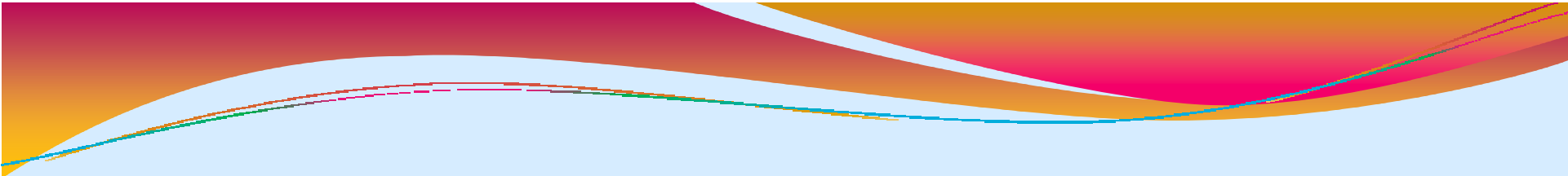
Risposta: .....

Lettura **non attenta** del  
testo

tante **informazioni** (periodo, prezzo, costo giornaliero, fasce età): gli errori sono stati proprio non considerare tutte le richieste

EMILIA ROMAGNA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Corretta	Non corretta
Misura, dati e previsioni	D6	10,1	11,3	78,6

L'errore più frequente è stato non moltiplicare per 5 il risultato (molto spesso corretto) ottenuto della spesa giornaliera.



Le istruzioni date troppo in forma  
**discorsiva** e mescolate con la  
domanda

Si nota una mancata riflessione sui **risultati**  
(*è possibile che una famiglia in vacanza  
spesa solo 42,5 euro per 5 giorni?*).

Contesto è lontano dalla realtà dei ragazzi

Abitudine a fermare l'attenzione  
solo sui dati scritti in forma  
**numerica**

## Alcuni esempi dalle classi

**Molti hanno risposto:**

**29,5 euro o 42,5 euro**

Hanno identificato la colonna giusta del periodo

Hanno messo in relazione informazioni del testo e della tabella

NON hanno tenuto conto del TEMPO: (espresso a “parola” e non con il simbolo numerico) e/o del NUMERO DEGLI ADULTI (anche quello espresso a “parola”)

**Moltissime le omissioni**

**Qualcuno ha scritto: *non c'è il periodo da 5 al 10 luglio***



Campeggio VACANZE FELICI - Prezzi giorno			
Periodo	dal 18/4 al 13/6 dal 9/9 al 1/11	dal 14/6 al 4/7 dal 26/8 al 8/9	dal 5/7 al 1/8
Adulti	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00
Bambini fino a 12 mesi	gratis	gratis	€ 4,00
Bambini da 1 anno fino a 6 anni	€ 4,00	€ 5,00	€ 6,00
Bambini da 7 anni fino a 10 anni	€ 6,00	€ 8,00	€ 10,00

## Rispost

$\text{€ } 13 \cdot 1$   
 $\text{€ } 10 \cdot 5$   
 $\text{€ } 6,50 \cdot 5 = 32,50 \text{ €}$   
212,50

<i>Periodo</i>	<i>dal 18/4 al 13/6 dal 9/9 al 1/11</i>	<i>dal 14/6 al 4/7 dal 26/8 al 8/9</i>	<i>dal 5/7 al 7/8</i>	<i>dal 8/8 al 25/8</i>
<i>Adulti</i>	<b>€ 8,00</b>	<b>€ 10,00</b>	<b>€ 13,00</b>	<b>€ 14,50</b>
<i>Bambini fino a 12 mesi</i>	<b>gratis</b>	<b>gratis</b>	<b>gratis</b>	<b>gratis</b>
<i>Bambini da 1 anno fino a 6 anni</i>	<b>€ 4,00</b>	<b>€ 5,00</b>	<b>€ 6,50</b>	<b>€ 8,50</b>
<i>Bambini da 7 anni fino a 10 anni</i>	<b>€ 6,00</b>	<b>€ 7,00</b>	<b>€ 10,00</b>	<b>€ 12,00</b>

un ragazzo di 9 anni e una  
vacanza di cinque giorni dal

$$\frac{50 \times 2}{2} = 26,00$$

$$\begin{array}{r} 26,00 \times \rightarrow \text{Adulti} \\ 5 = \text{per } 5 \text{ giorni.} \\ \hline 30,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,50 \times \rightarrow \text{Bimbo} \\ 5 = \times 5 \text{ giorni.} \\ \hline 32,50 \end{array}$$

$$10,00 \times 5 = 50,00 \text{ €} \rightarrow \text{Bimbo di } 9 \text{ anni per } 5 \text{ giorni.}$$

$$\begin{array}{r} 130,00 + \\ 32,50 + \\ 50,00 \\ \hline 212,50 \text{ €} \end{array} \rightarrow \text{Spesa della famiglia per } 5 \text{ giorni.}$$

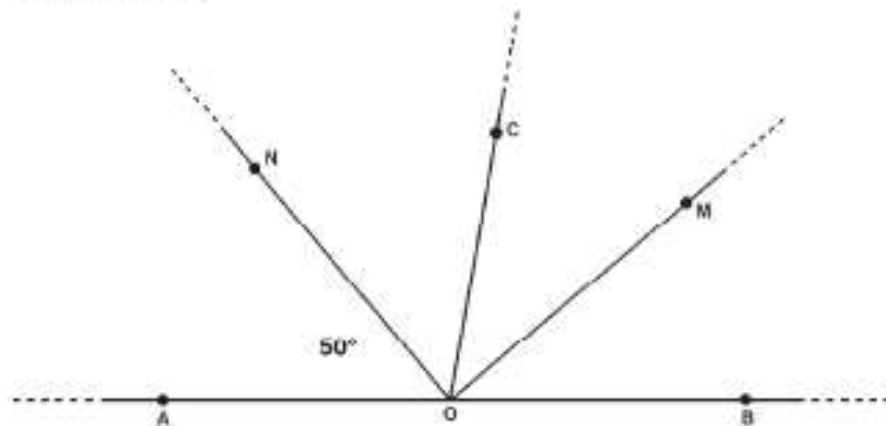
Coerente con la didattica, ma non  
attinente con il loro vissuto,  
→riproporre questo tipo di  
problema legato ad una situazione  
di **vita quotidiana** (internet,  
amicizie, videogiochi)

**Riflettere sui risultati**  
ottenuti→ Verificare se gli  
alunni hanno un'idea  
coerente del valore del  
denaro

eseguire problemi con **testi da gestire**  
e in cui ci possano essere dati inutili,  
mancanti ecc. e non solo problemi  
“standard”. I quesiti proposti dagli  
eserciziari generalmente non  
contengono dati sovrabbondanti , ma  
solo quelli che si devono utilizzare per  
trovare la soluzione

lavoro sistematico sulla lettura e  
**destrutturazione del testo** di un  
problema, tornando a fare anche  
problemi aritmetici e non solo  
geometrici; utile coinvolgere anche  
le **insegnanti di lettere** per un  
lavoro interdisciplinare proprio sulla  
comprensione di testi

D12. Nella seguente figura i punti A, O e B giacciono sulla stessa retta. OM divide in due parti uguali l'angolo  $\widehat{BOC}$  e ON divide in due parti uguali l'angolo  $\widehat{AOC}$ .



a. Qual è la misura dell'angolo  $\widehat{MOB}$ ?

Risposta: ..... gradi

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

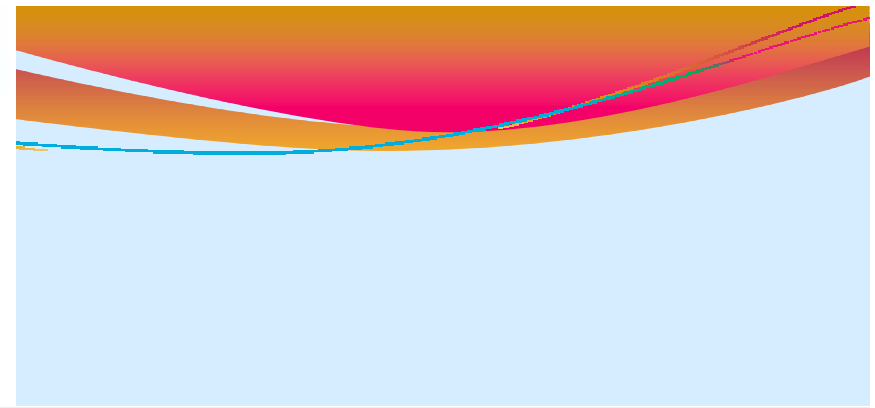
Molte risposte sono state  $50^\circ$  (= unico numero fornito) → lettura **superficiale**

alcune risposte  $45^\circ$  ( $180^\circ : 4$ ) altre  
risposte  $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ,  $130^\circ : 3$

angolo piatto è **implicito** (Di solito l'angolo piatto è indicato chiaramente a parole)

emerge che maggior parte dei ragazzi non è ancora in grado di comprendere bene il **linguaggio simbolico** sintetico delle rappresentazioni geometriche

Cinzia Villani - IC Ligabue - RE



EMILIA ROMAGNA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Corretta	Non corretta
Spazio e figure	D12_a	14,7	35,3	50,0
Spazio e figure	D12_b	25,3	26,2	48,5

il quesito ha **troppe istruzioni** poste nella stessa frase

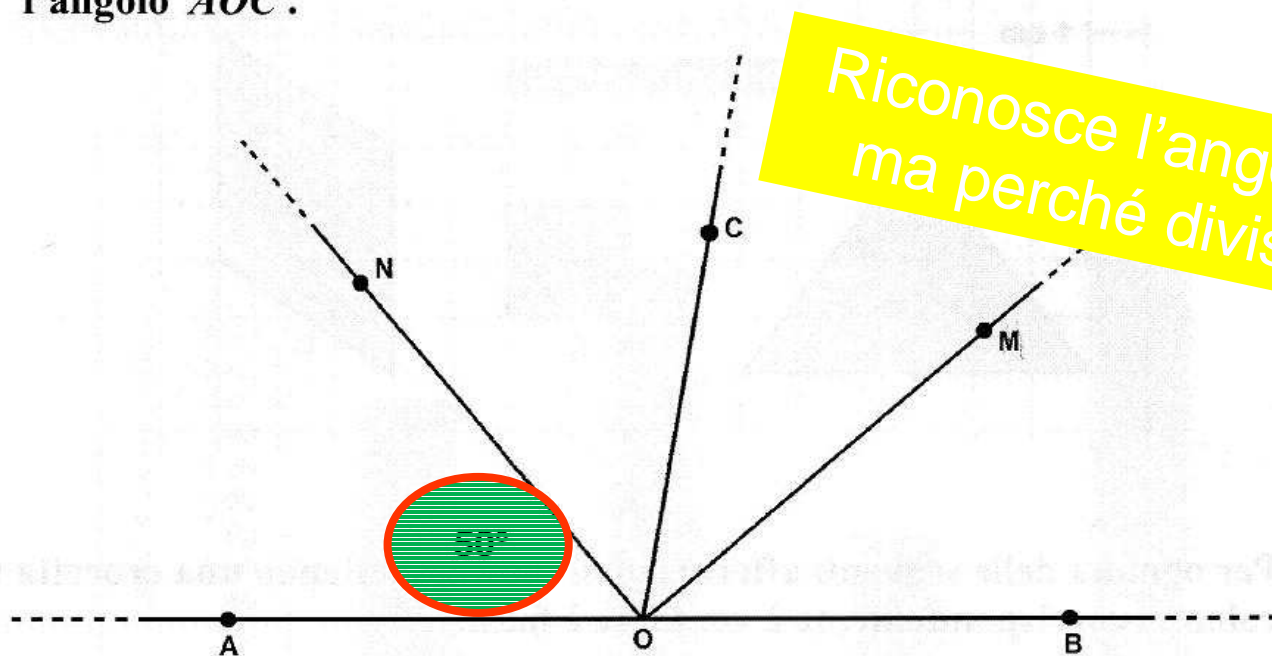
le due istruzioni delle bisettrici andavano separate e visualizzate in righe separate



# Alcuni esempi dalle classi

(tratti da P. Veronesi)

divide in due parti uguali l'angolo  $\hat{B}OC$  e ON divide in due parti uguali l'angolo  $\hat{A}OC$ .



- a. Qual è la misura dell'angolo  $\hat{M}OB$ ?

Risposta: ..... 45 ..... gradi

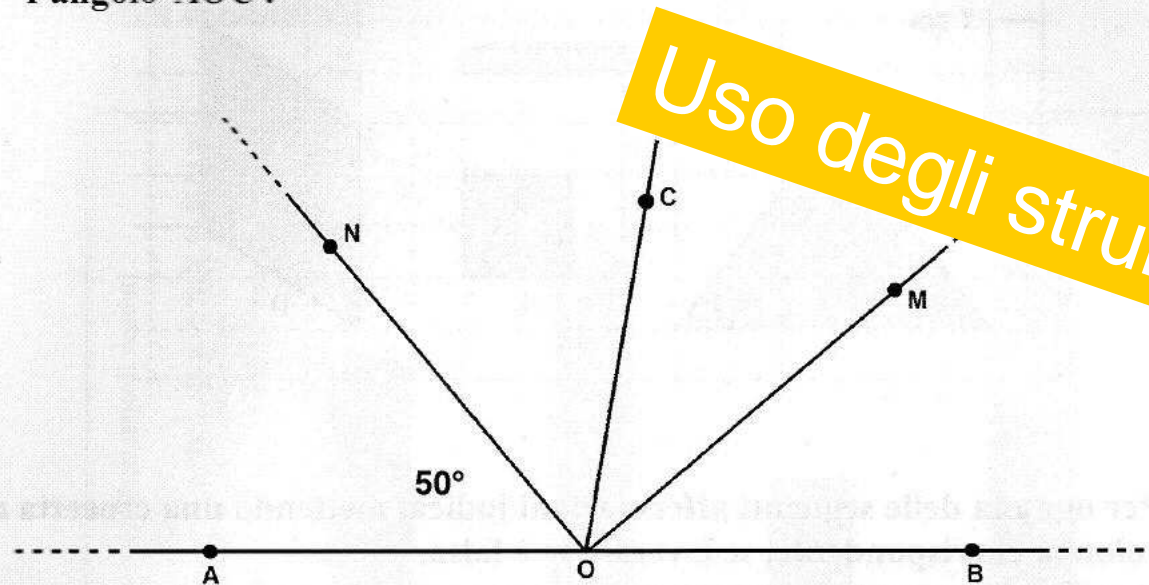
- b. Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

perché tutto misura  $180^\circ$  e  
se diviso  $\times 4$

Giardini Naxos 27 ottobre 2010

Cinzia Villani - IC Ligabue -RE

D12. Nella seguente figura i punti A, O e B giacciono sulla stessa retta. OM divide in due parti uguali l'angolo  $\widehat{BOC}$  e ON divide in due parti uguali l'angolo  $\widehat{AOC}$ .



a. Qual è la misura dell'angolo  $\widehat{MOB}$  ?

Risposta: .....40..... gradi

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

HO USATO IL RIGHELLO E HO TROVATO LA RISPOSTA

esercizi geometrici **grafici**, cioè quelli in cui bisogna ricavare informazioni dalla figura. Il libro di testo non aiuta in questo senso, poiché propone solo esercizi standard: es “due angoli sono complementari, uno è il triplo dell’altro, calcolare l’ampiezza dei due angoli”

Descrizione del **procedimento** risolutivo ( per es, Rally matematico)

Individuare **strategie diverse** di uno stesso problema e discussione collettiva

Proporre tipologie diverse problemi risolubili con liste tabelle, grafi..., con più soluzioni, impossibili...

effettuare **misurazioni** di angoli nella realtà ( arredi, pavimento, pareti, oggetti, ..) e la loro successiva rappresentazione mediante modelli geometrici, sia con i metodi tradizionali ( con strumenti da disegno su carta ) che con lavagna interattiva **multimediale** e software Geogebra



D17. Nonna Pina l'anno scorso con 21 Kg di prugne ha preparato 7 Kg di marmellata. Quest'anno vuole fare 10 Kg di marmellata.

a. Quanti chili di prugne le serviranno?

Risposta: ..... Kg

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

.....

EMILIA ROMAGNA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Corretta	Non corretta
Relazioni e Funzioni	D17_a	10,0	51,7	38,4
Relazioni e Funzioni	D17_b	14,8	38,9	46,3

Mancata conoscenza delle proporzioni (in II)

Argomento **non coerente** con il programma se si pensa di risolvere il quesito con una proporzione. Se lo si vuole risolvere con strategie alternative ci vuole una buona dose di considerazioni personali **Manca di strategie alternative**

Spesso strategia additiva:  $7+3 = 10 \rightarrow 21+3 = 24$

Alcuni che hanno risposto bene **non sono poi riusciti** a scrivere la sequenza di operazioni come se fossero giunti alla soluzione corretta solo con l'intuito

**Difficoltà** nel ragionamento e soprattutto **nell'esporre** il procedimento. A volte sbagliano a scrivere la sequenza di operazioni:  $21:7=3 \times 10=30$  (significato di =)

D17. Nonna Pina l'anno scorso con 21 Kg di prugne ha preparato 7 Kg di marmellata. Quest'anno vuole fare 10 Kg di marmellata.

a. Quanti chili di prugne le serviranno?

Risposta: .....30..... Kg

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

Ho moltiplicato...  $10 \div 7 \times 21$ ... perché... nell'esempio sopra avrebbero fatto moltiplicare  $7 \times 3$  ottenendo 21

moltiplicativa

D17. Nonna Pina l'anno scorso con 21 Kg di prugne ha preparato 7 Kg di marmellata. Quest'anno vuole fare 10 Kg di marmellata.

a. Quanti chili di prugne le serviranno?

Risposta: .....30..... Kg

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

$21 : 7 = 3 \text{ Kg}$ ... OGNI 3 Kg DI PRUGNE È 1 Kg DI MARMELLATA...  $3 \times 10 = 30 \text{ Kg}$ .....

riduzione all'unità

SOLUZIONI DIVERSE...

D17. Nonna Pina l'anno scorso con 21 Kg di prugne ha preparato 7 Kg di marmellata. Quest'anno vuole fare 10 Kg di marmellata.

a. Quanti chili di prugne le serviranno?

Risposta: .....30..... Kg

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

IL RAPPORTO TRA 21 E 7 È LA MOLTIPLICAZIONE X3 È EQUIVALENTE...  
IL CONFEZIONARE IL RAPPORTO TRA 30 E 10

rapporto





Proporre problemi che  
presentano diverse strategie  
risolutive

- Discussione sulle diverse  
strategie: *In che cosa sono  
diverse queste strategie? In  
che cosa sono uguali?*

Discussione sulle strategie  
errate

Motivare, per iscritto, i calcoli e  
i ragionamenti

Proporre esercizi “per analogia” sulle 4 operazioni ( in I) che tradizionalmente si affrontano con le proporzioni

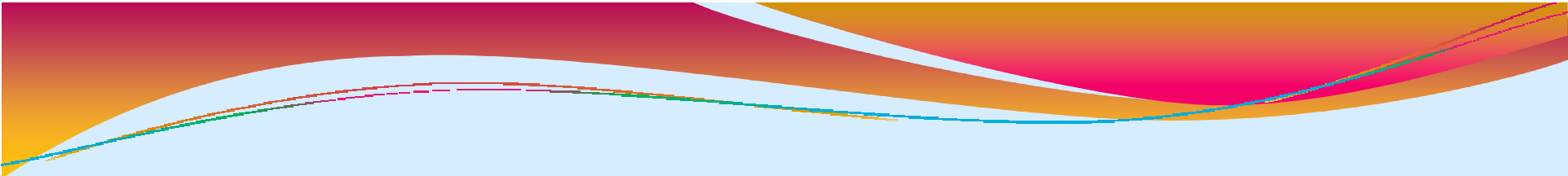
**Una confezione di marmellata da kg 0.300 costa 4.50 euro. Quanto costa 1 kg?**

(tratto da S.Sbaragli.- “problemi per analogia” – Castel San Pietro 2008)

Se si sostituiscono numeri interi, è più facile...

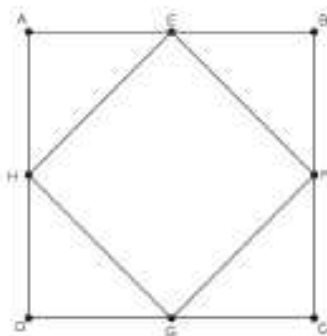
(2 kg a 6 euro  $\rightarrow 6:2= 3$ )

Quindi  $4.50 : 0.300 = 15$



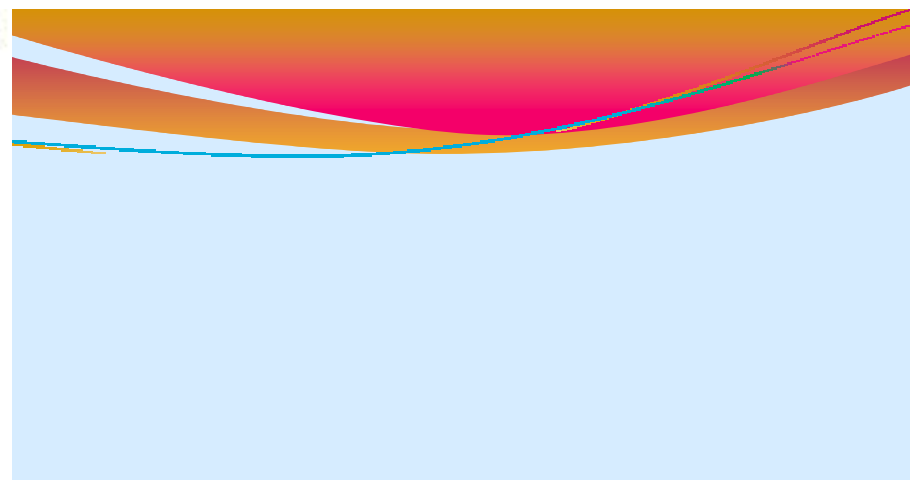
**acquisire  
progressivamente  
forme tipiche del  
pensiero matematico**

D21. Osserva la seguente figura. ABCD è un quadrato ed E, F, G, H sono i punti medi dei lati.



La superficie di EFGH rispetto a quella di ABCD è:

- ☒ A. la metà
- ☐ B. il doppio
- ☐ C. tre quarti
- ☐ D. uguale



EMILIA ROMAGNA						
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI			
			A	B	C	D
Spazio e figure	D21	0,8	44,3	8,6	18,4	27,8

Il contenuto non era coerente con il programma svolto: in prima ci si occupa dei perimetri, le aree verranno trattate in seconda

- hanno risposto “uguale” perché non hanno considerato il quadrato centrale come parte di quello più grande ma l’hanno visto a sé stante pertanto l’hanno considerato equivalente alla somma dei 4 triangoli rettangoli circostanti.

Hanno risposto “ il doppio” perché non hanno capito che il soggetto della frase era il quadrato centrale e non il maggiore.

Cinzia Villani - IC Ligabue -RE

Rappresentare visivamente le potenze:

*1) Immagina di proseguire la figura disegnando un altro quadrato ILMN :  
come e dove si disegna il quadrato?*

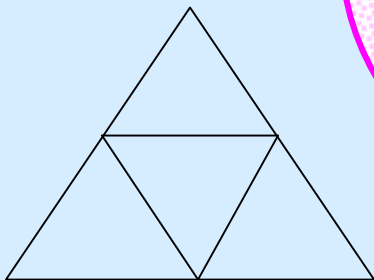
*Come è la sua area rispetto al  
quadrato EFGH?*

*E rispetto al quadrato ABCD?*

*Analogamente con un triangolo equilatero*

*se l'area del triangolo centrale  
misura 1, quanto è l'area del  
triangolo più grande?*

*Come potresti esprimere questo  
numero con le potenze?*



DALLE OSSERVAZIONI DEI DOCENTI

# Concludendo...

I processi più critici: “saper risolvere problemi..” + “acquisire forme tipiche del pensiero matematico..”

le difficoltà principali:

1. **Lettura e comprensione del testo**

individuare le informazioni di un testo (verbale o non)

Comprensione di ogni termine

2. **Analisi globale del testo:**

Confronto di testi di tipo diverso di una stessa situazione problematica :  
grafico /tabella, testo verbale/ tabella, testo verbale/ formula,

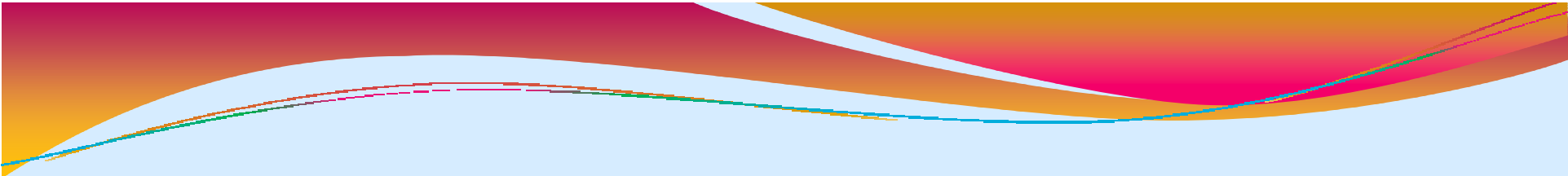
Confrontare strategie diverse

Controllare la coerenza dei risultati

3. **Argomentare e giustificare le proprie/altrui affermazione**

Giustificare le proprie risposte

Spiegare perché alcune soluzioni sono errate



Nel passaggio fra scuola primaria e scuola secondaria si osserva, relativamente all'**argomentazione**, un'evoluzione:

- se gli studenti devono **SCEGLIERE** una strategia o una giustificazione tra quelle date la percentuale di risposta corretta è nella media;
- se gli studenti devono **PRODURRE autonomamente** una giustificazione o spiegare una strategia la percentuale di risposta corretta cala sensibilmente



## Perché tanta enfasi sull'argomentazione?

1. E' un dato confermato dalle ricerche internazionali, PISA in primo luogo. Il dato delle omissioni alle risposte aperte degli studenti italiani è preoccupante.

### 2. VALORE EDUCATIVO DELL'ARGOMENTAZIONE:

- *perché gli allievi riconoscano il peso concreto delle parole*
- *perché capiscano che alle parole corrispondono azioni e intenzioni, che si può agire con il discorso proprio perché "gli enunciati" vincolano*
- *Perché inizino a vedere le implicazioni delle teorie (matematiche)*

(F. Ferri, Paderno 2009)



**DALLE OSSERVAZIONI DEI DOCENTI**

**le competenze richieste** dalle prove invalsi **credo siano molto importanti** per arricchire l'alunno e creare delle abilità che possono sfruttare nella vita comune quotidiana

... **pensavo che potessero scaturire "naturalmente"** alla fine del percorso di ogni modulo, unità didattica, anno scolastico. **Ma così non è...**

**..Dunque come comportarsi?**  
Sono competenze che vanno perseguite? Certo, credo fermamente di sì, ma la mia programmazione così come l'ho affrontata in questi anni non me lo permette... quelle richieste **sono competenze che vanno coltivate periodicamente...**

...**Tutte le lezioni spese per le espressioni, ma contano ancora qualcosa o no?**, le proprietà delle operazioni? I problemi con i segmenti? Tanto di quello su cui ho lavorato sembra non essere importante o sembra che non sia scaturito nulla che gli alunni potessero applicare ad altri contesti



**...continuiamo con alcune proposte...**