

DIRE- FARE- PENSARE

LA MATEMATICA

Fantini Roberta
Reggio Emilia, 9 dicembre 2010
Em.Ma

PENSARE LA MATEMATICA

Riflessione

- sul **processo** di insegnamento - apprendimento attivato
- sulle abilità e sulle conoscenze acquisite dagli alunni (**curricolo raggiunto**)
- sulla **validità** delle **scelte** didattiche-metodologiche effettuate
- sugli **ostacoli** che si frappongono all'apprendimento della matematica

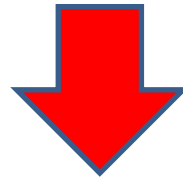
L'APPRENDIMENTO EFFICACE IN MATEMATICA

- + Costruire concetti (**noetica**)
- + Saperli usare per effettuare calcoli
(**apprendimento algoritmico**)
- + Combinarli con altri e
con strategie per risolvere problemi
(**apprendimento strategico**)
- + Saper spiegare a se stessi e agli altri il concetto costruito
e la strategia seguita (**apprendimento comunicativo**)
- + Saper far uso sapiente delle trasformazioni semiotiche che
permettono di passare da una rappresentazione all'altra
(**apprendimento semiotico**)

OSTACOLI

Guy Brousseau (1976)

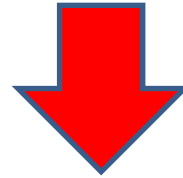
- ✚ **di natura ontogenetica:** hanno origine nell'allievo
- ✚ **di natura didattica:** hanno origine nelle scelte didattiche e metodologiche dell'insegnante,
- ✚ **di natura epistemologica:** che devono la loro esistenza a fatti intrinseci alla matematica stessa.



ERRORI

OSTACOLI DIDATTICI

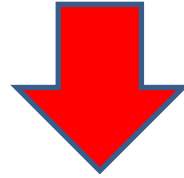
- ✚ trasposizione didattica
SAPERE ►►► SAPERE DA INSEGNARE
- ✚ Ingegneria didattica



**QUEL CHE TRASMETTIAMO
AGLI ALLIEVI È QUEL CHE
SIAMO E SAPPIAMO NOI.**

OSTACOLI EPISTEMOLOGICI

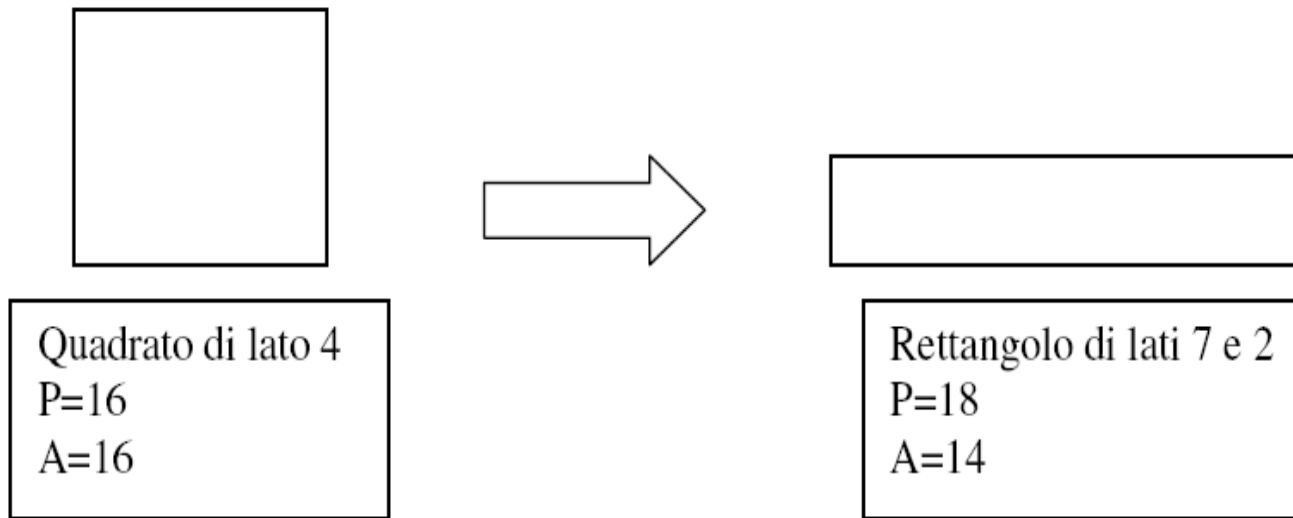
✚ Legati alla NATURA dell'argomento



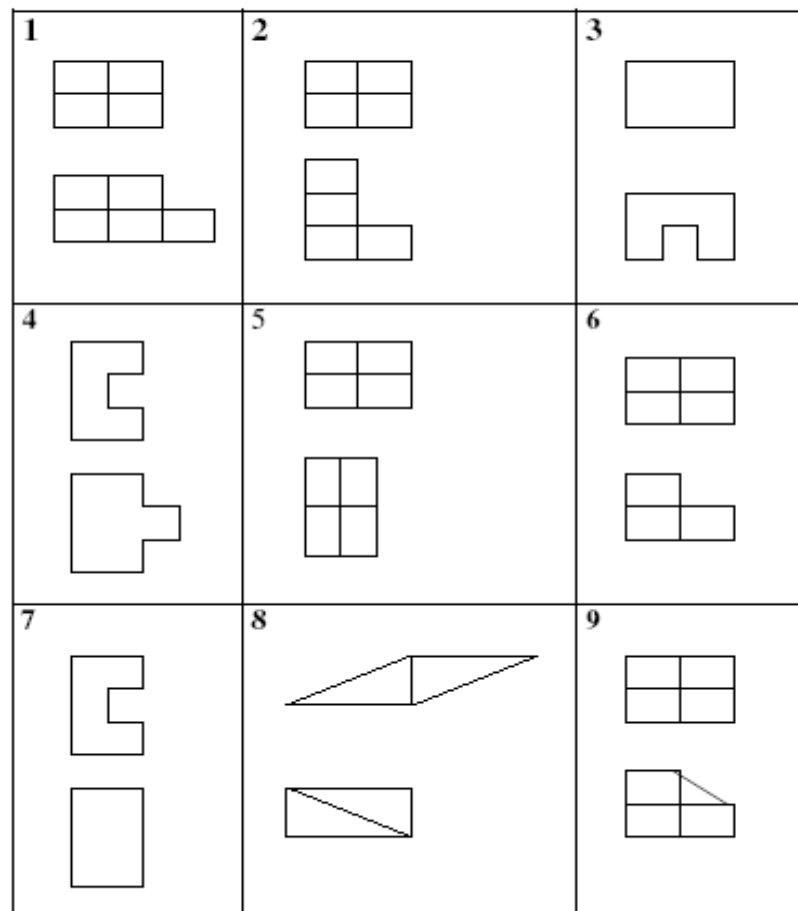
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd} \qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d}$$

Il problema di Galileo

Un paese ha due piazze A e B; il perimetro della piazza A è maggiore del perimetro della piazza B; quale delle due piazze ha area maggiore?



p	S	p	S	p	S
>	>	>	=	>	<
=	>	=	=	=	<
<	>	<	=	<	<



Caratteristiche degli OSTACOLI

Un ostacolo non è una mancanza di conoscenza ma **una conoscenza**.

L'allievo usa questa conoscenza per dare risposte adatte in un **contesto noto**

Se l'allievo tenta di usare questa conoscenza fuori dal contesto noto, fallisce generando **risposte scorrette**

L'ostacolo produce **contraddizioni** ma lo studente resiste a tali contraddizioni.

» » » » necessita di una **conoscenza più generale**, maggiore, più approfondita, che generalizzi la situazione nota e risolta e che comprenda la nuova nella quale è fallito

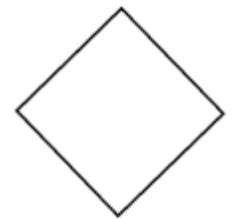
Caratteristiche degli OSTACOLI

L'ERRORE RISIEDA NELLA CREAZIONE DI MODELLI
INTUITIVI E MISCONCEZIONI

la moltiplicazione accresce sempre

in una divisione $A : B$, il numero B deve
essere minore del numero A

confondere la semiotica con la
noetica, associando le caratteristiche
peculiari della specifica
rappresentazione al concetto



Nella necessità didattica di superare tali ostacoli, si dovrebbero **studiare occasioni** didattiche strutturate appositamente per fornire agli allievi prove della **necessità di modificare le loro concezioni**.



Mettere in discussione ogni giorno la propria professionalità allo scopo di migliorarla per permettere il superamento di ostacoli e misconcezioni, per renderla sempre più adeguata al compito docente

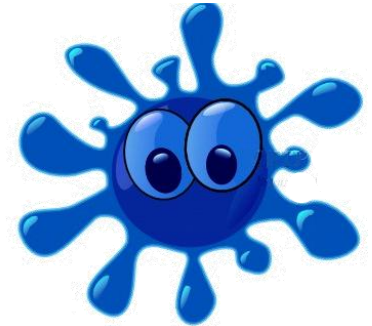
DIDATTICA METACOGNITIVA

DIRE- FARE- PENSARE

LA MATEMATICA

"DIRE".....MATEMATICA

Dal linguaggio aritmetico-
al linguaggio algebrico...
..fino alla dimostrazione



FRASI MATEMATICHE ED ESPRESSIONI LINGUISTICHE

LUCA DICE LA MAMMA E' GRANDE

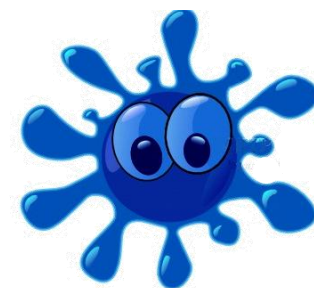
$$2 + 3 \times 7 - 4$$

LUCA DICE: < LA MAMMA E' GRANDE!>

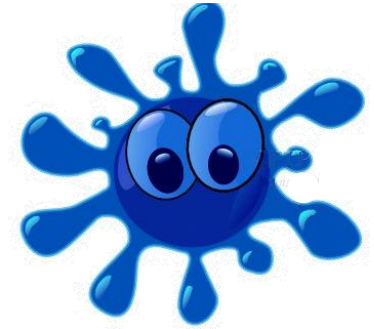
$$(2 + 3) \times 7 - 4$$

LUCA - DICE LA MAMMA- E' GRANDE

$$2 + 3 \times (7 - 4)$$



Simbolo	Linguaggio comune	Operazione	Linguaggio Matematico	
			Verbo	Sostantivo
+	Più	Addizione	Addizionare, aumentare, aggiungere	Somma, totale, addendo,
-	Meno	Sottrazione	Sottrarre, togliere, diminuire, arrivare a.....	Differenza, resto, minuendo sottraendo
X	Per	Moltiplicazione	Moltiplicare, ripetere	Fattore, prodotto
:	diviso	Divisione	Dividere, separare, ripartire in parti equivalenti	Quoto quoziente, dividendo -divisore



Matemati...MIMANDO!!!

La somma tra il
quintuplo di 4 e il
doppio di 11



Aggiungi alla
differenza tra 25 e 4
il prodotto tra 7 e 8

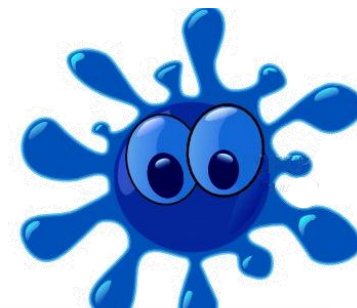


Il quoziente tra il
triplo di a e il
quadruplo di b



Dividi per 7 il
prodotto tra la
somma di $4/3$ e la
differenza tra 12 e 8





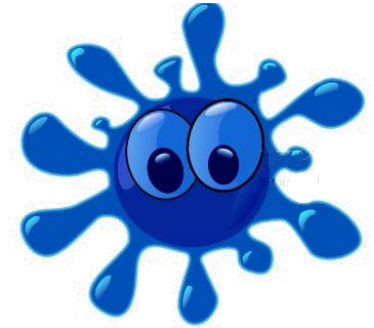
Dalla formula al testo e viceversa!!!

FORMULA		TESTO	
1	$a + b$	A	La somma di a e b tutto alla quinta
2	$(a + b) \times 3$	B	Il triplo della somma di a e b
3	$(a + b)^5$	C	Il prodotto tra la somma di a e b e la loro differenza
4	$a - b$	D	a aumentato di b
5	$a^2 + b$	E	La somma tra a alla quarta e il triplo di b
6	$a^4 + a \times 3$	F	La differenza tra a e b
7	$(a+b) \times (a-b)$	G	La somma tra a alla seconda e b

Nelle frasi matematiche riportate individua quali termini sono stati utilizzati per tradurre:

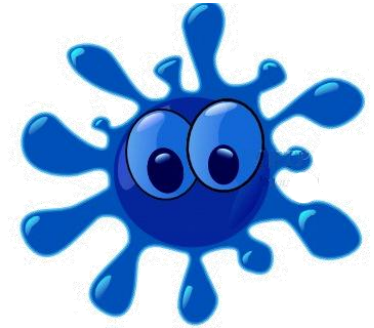
l'operazione indicata dal segno +.....

l'operazione indicata dal segno -



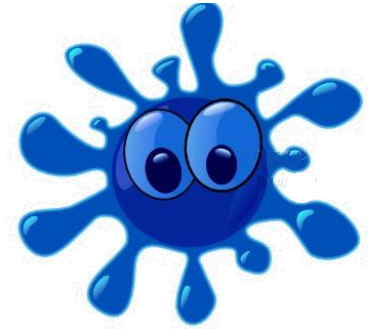
I PARENTI DEI NUMERI !!!

PARENTI DI N	
Il successivo di n	$n+1$
Il precedente di n	$n-1$
Il doppio di n	$2n$
Il triplo di n	$3n$
La metà di n	$n/2$
Il quadrato di n	n^2
Il cubo di n	n^3



I PARENTI DEI NUMERI !!!

- Qual è il successivo di 5?
 - Il doppio di 10?
 - Il precedente di 9?
- Il triplo di 2? La metà di 16?
- Qual è il doppio del successivo di 4?
- Qual è il successivo del doppio di 4?
- Cosa rappresenta la formula $2n+1$?
- Cosa rappresenta la formula $2(n+1)$?

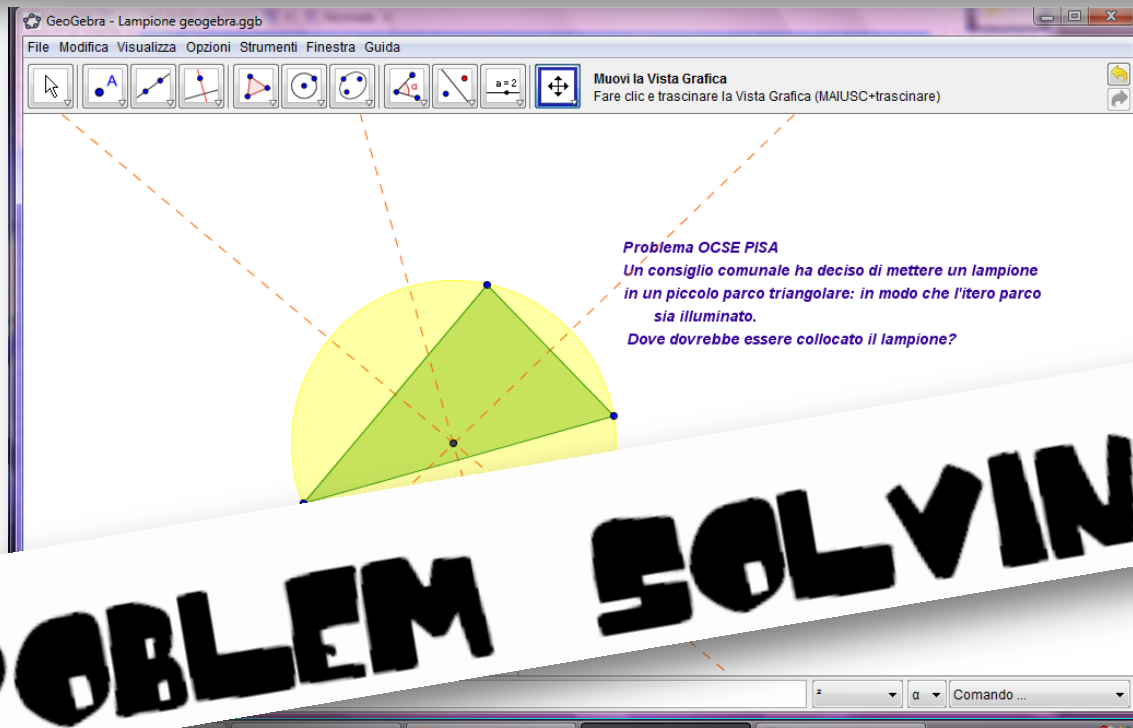


DIMOSTRANDO

- TRADUCI E VERIFICA

- La differenza tra il quadrato di un numero ed il numero stesso è uguale al prodotto del numero per il suo precedente.
- La somma del cubo di un numero per il quadrato del numero stesso è uguale al prodotto del numero di partenza per il suo successivo.

FARE MATEMATICA



PROBLEM SOLVING



Prof.ssa Fantini Roberta – IC G.B. Toschi

FARE MATEMATICA

Il processo di risoluzione di un problema può essere suddiviso in un certo numero di fasi:

❖ **COMPrensione del testo:**

richiede la capacità di **traduzione** e due tipi di **conoscenza**: uno di tipo **linguistico**, inerente alla capacità di comprendere il significato di ogni espressione del problema e uno di tipo **semantico** per cui l'individuo è in grado di inferire le implicazioni di una determinata espressione.





FARE MATEMATICA

❖ COMPrensione del testo:

Si procede attraverso:

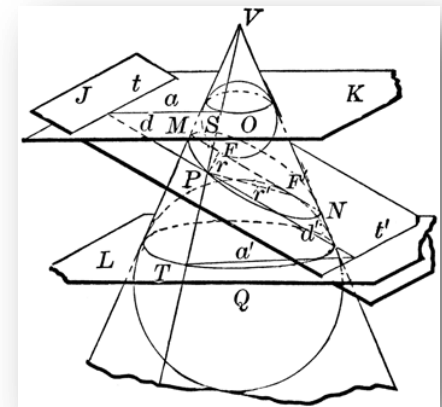
analisi del testo del problema attraverso il
riconoscimento delle parole rilevanti, prosa del testo
(traduzione con proprie parole), riduzione del testo del
problema **in semplici sintetiche proposizioni**



FARE MATEMATICA

❖ TRADUZIONE IN LINGUAGGIO MATEMATICO:

Tradurre le frasi utilizzando un linguaggio simbolico-matematico



FARE MATEMATICA

❖ RAPPRESENTAZIONE

elaborare l'immagine mentale del problema,
consente di integrare in un formato visivo
(figurale o schematico) le informazioni
quantitative e le loro relazioni.



FARE MATEMATICA

❖ CATEGORIZZAZIONE:

Individuare la categoria **prototipica** del problema proposto. È la capacità che consente di identificare come simili due problemi che quindi si possono risolvere in modo **analogo**.



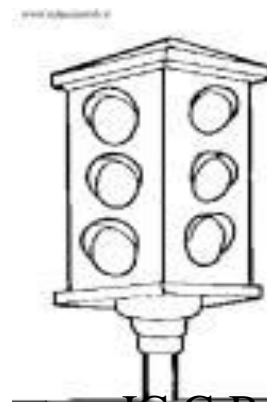
FARE MATEMATICA

❖ Pianificazione:

Il solutore ricerca la strada per la soluzione stabilendo fasi intermedie e la loro sequenza.

❖ Autovalutazione:

Riflettere sul proprio operato,
esplicitare un pensiero critico.



PENSARE MATEMATICA



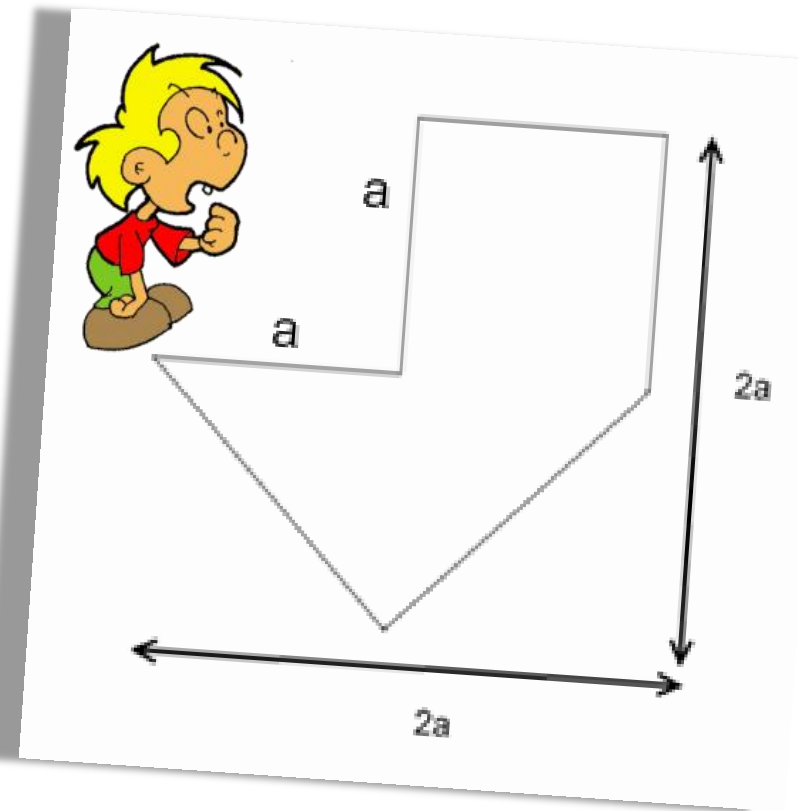
ASSOLUTAMENTE VIETATO FARE CALCOLI

PENSARE MATEMATICA

A) La prof. di matematica ha somministrato il seguente quesito a Brioshi:

“Spiega come scriveresti la formula per determinare l'area della figura considerando tutte le informazioni a tua disposizione.”

La figura non è un poligono regolare
decido allora di scomporre la figura in
poligoni regolari; una volta fatto questo
sarà sufficiente determinare l'area di
ciascuno dei poligoni individuati e
sommare le singole aree tra di loro.
Decido di scomporre la figura in un
quadrato e due triangoli che si rivelano
essere isosceli rettangoli congruenti
L'area del quadrato, applicando la formula
 l^2 , diviene a^2 . L'area di un triangolo,
applicando la formula Base * altezza : 2,
diviene $a^2 : 2$. L'area della figura è
determinata dalla formula: $a^2 + (a^2 : 2) * 2$

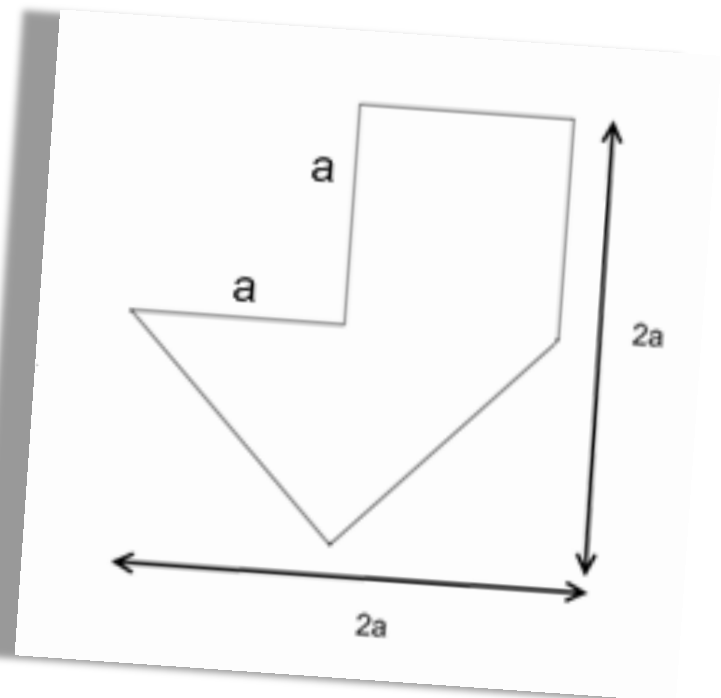




PENSARE MATEMATICAMENTE

Alessia, dopo aver scomposto la figura, nella sua argomentazione conclude che l'area della figura è data dalla formula **$2a \cdot a : 2 + a^2$**

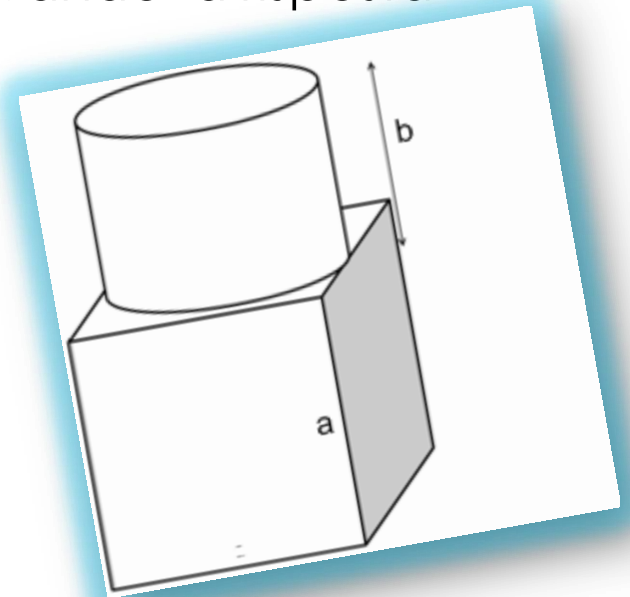
Spiega in che modo, secondo te, Alessia ha ragionato e se la sua conclusione è corretta.





PENSARE MATEMATICA

Con la seguente argomentazione Brioshi illustra come determinerebbe l'area totale del solido commettendo tuttavia un errore. Individualo e correggilo motivando la risposta





PENSARE MATEMATICA

Con la seguente argomentazione Brioshi illustra come determinerebbe l'area totale del solido commettendo tuttavia un errore. Individualo e correggilo motivando la risposta

GUIDA ALLA LETTURA

Traduci

	In generale	Nel caso specifico
Formula superficie totale del cubo		
	$\pi * r^2$	
		$a * \pi * b$
Superficie totale del cilindro		
		$[(\pi * a^2) * 2 + a * \pi * b] + a^2 * 6$
Area faccia del cubo		
Area faccia cilindro		
Area del solido		



PENSARE MATEMATICAMENTE

Le informazioni che posso dedurre dalla figura corrispondono all'altezza del cilindro (b) e allo spigolo del cubo (a). Devo determinare l'area della superficie totale ossia la parte del solido che dovrei colorare se volessi dipingere il solido ad esempio tutto di rosso. Per determinare la superficie totale del solido procederei nel modo seguente: poiché il solido è formato da un cubo sormontato da un cilindro incollati tra loro sommerei dopo averle determinate l'area totale del cubo e del cilindro. Ma il cubo e il cilindro hanno una faccia "in comune" che non riuscirei a colorare: quindi dovrei togliere dalla somma precedente l'area di una base del cilindro e l'area di una base del cubo. Per determinare la superficie totale del cubo moltiplico l'area di una faccia per il numero delle facce: $a^2 \cdot 6$. Per la superficie totale del cilindro devo moltiplicare per due l'area di base e sommarla all'area laterale. La formula per l'area di base è: πr^2 ossia $\pi \cdot \frac{a^2}{4}$ che diventa nel nostro caso $\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$ poiché il raggio coincide con la metà dello spigolo del cubo. La formula per l'area laterale: $2\pi r h$ che in questo caso diventa $a \cdot \pi \cdot b$.

La superficie totale del cilindro è quindi $(\pi \cdot \frac{a^2}{4}) \cdot 2 + a \cdot \pi \cdot b$.

La somma della superficie del cilindro e del cubo si traduce con: $[(\pi \cdot \frac{a^2}{4}) \cdot 2 + a \cdot \pi \cdot b] + a^2 \cdot 6$ dalla quale devo togliere l'area del quadrato a^2 e l'area del cerchio $\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$

Prof.ssa Fantini Roberta – IC G.B. Toschi

Ottengo così $\{[(\pi \cdot \frac{a^2}{4}) \cdot 2 + a \cdot \pi \cdot \frac{a}{2}] + a^2 \cdot 6\} - a^2 - \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$

PENSARE – DIRE – FARE

LA MATEMATICA



TRACCIA OPERATIVA PER I TUTOR JUNIOR

- 1) Analisi e riflessione dei quadri di riferimento dell'Invalsi per la matematica

http://www.invalsi.it/snv0910/documenti/Qdr_Matematica.pdf

- 2) Analisi e riflessione dei quadri di riferimento delle rilevazioni OCSE_PISA: http://www.invalsi.it/ric-int/Pisa2006/sito/docs/Quadro_riferimento_PISA2006.pdf

- 3) Confronto trasversale tra i quadri di riferimento e curriculum d'istituto individuando, in quest'ultimo, i possibili punti di arricchimento. Scheda di confronto

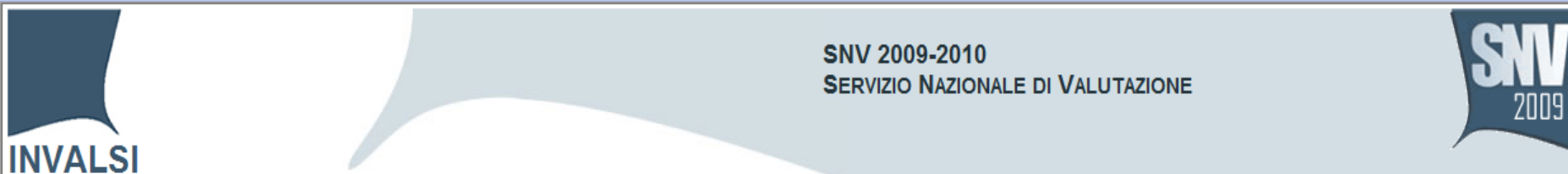
TRACCIA OPERATIVA PER I TUTOR JUNIOR

4) Analisi e riflessione sui risultati registrati nelle singole classi

http://www.invalsi.it/snv0910/restituzione/2_ingresso.php

5) Proposta di modifica dei quesiti per superare le criticità registrate e renderli più facilmente accessibili

6) Proposta di "buone prassi" operative per l'acquisizione delle competenze in esame. Diario di bordo



Ti Trovi in [invalsi.it](http://www.invalsi.it) \ SNV 2009-2010

SNV 2009-2010

[H] Home page

[E] Restituzione dei Dati alle scuole

[G] Riconsegna schede risposta studente

[T] Date importanti

[N] Normativa

[O] Documentazione

[S] Strumenti

[L] Strumenti in lingua slovena

[P] Informativa sulla Privacy

ACCESSO ALLA RESTITUZIONE ALLE SCUOLE DEI RISULTATI PER IL SERVIZIO NAZIONALE DI VALUTAZIONE 2009-2010

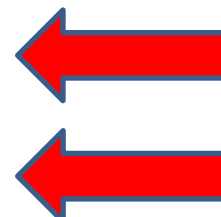
In questa sezione le istituzioni scolastiche possono visualizzare i risultati delle prove SVN 2009-2010

Le analisi sono state effettuate esclusivamente per le classi di cui risultano essere stati inviati TUTTI i fogli-risposta debitamente compilati.

Inserire il codice meccanografico dell'istituzione scolastica

Inserire la password scelta al momento della conferma dei dati

Accedi



REPORT PER I DOCENTI TUTOR JUNIOR (da inviare ai docenti tutor senior)

SCUOLA:	
DOCENTI TUTOR JUNIOR:	
ASPETTI ORGANIZZATIVI:	
TIPO DI EVENTO ORGANIZZATO: INCONTRO DI MATERIA/GRUPPO MONODISCIPLINARE/...	
N. DOCENTI PRESENTI:	
PERCENTUALE DEI PRESENTI RISPETTO AL NUMERO DEI DOCENTI A CUI È RIVOLTO L'INCONTRO:	
DIFFICOLTÀ ORGANIZZATIVE INCONTRATE:	
ASPETTI POSITIVI:	
MATERIALE FORNITO O CONDIVISO:	

Prof.ssa Fantini Roberta – IC G.B. Toschi

FASE 1:

CONFRONTO TRASVERSALE TRA I QUADRI DI RIFERIMENTO E CURRICOLO D'ISTITUTO			
	Invalsi	Ocse-Pisa	Curricolo d'Istituto
Quale concetto di COMPETENZA MATEMATICA viene declinato?			
Nuclei tematici promossi			
Declinazione dei PROCESSI COGNITIVI oggetto di VALUTAZIONE			
Riflessioni			

FASE 2:

ANALISI E RIFLESSIONI SUI RISULTATI REGISTRATI			
	CLASSE II	CLASSE V	CLASSE I
Quesito (o tipologia di quesiti) che ha registrato le maggiori criticità (almeno 1 per classe)			
PER IL/I QUESITO/I INDIVIDUATO/I DEFINIRE:			
Competenza di riferimento (risolvere problemi, argomentare, passare da una rappresentazione all'altra)			
Interpretazione delle DIFFICOLTÀ degli alunni.			
Individuazione di eventuali: OSTACOLI per il raggiungimento di tale competenza (priorità ad altre competenze, libri di testo non adeguati.....)			
Suggerimenti per il superamento delle criticità per la (scuola primaria, scuola secondaria)	Allegare il DIARIO DI BORDO		



DIARIO DI BORDO PER I DOCENTI DELLE SCUOLE

Traccia per realizzare l'esperienze nelle classi.

Da consegnare ai propri tutor junior

Strutturazione del percorso in classe

Nome Cognome _____ Classe _____
Scuola _____

Contesto classe (numerosità,composizione, livelli di competenze.....)	
Fase programmatica in classe	
Descrizione dell'esperienza (obiettivi, organizzazione, tempi, materiali usati, eventuale prova di verifica.)	
Risposte attese a priori	
Risposte ottenute (partecipazione, difficoltà, punti di eccellenza...)	
Decodifica delle difficoltà	
Prassi didattica intrapresa a posteriori	
Obiettivi raggiunti	
Riflessioni	

Grazie

Buon Lavoro!