

Dalle prove Invalsi alla pratica didattica

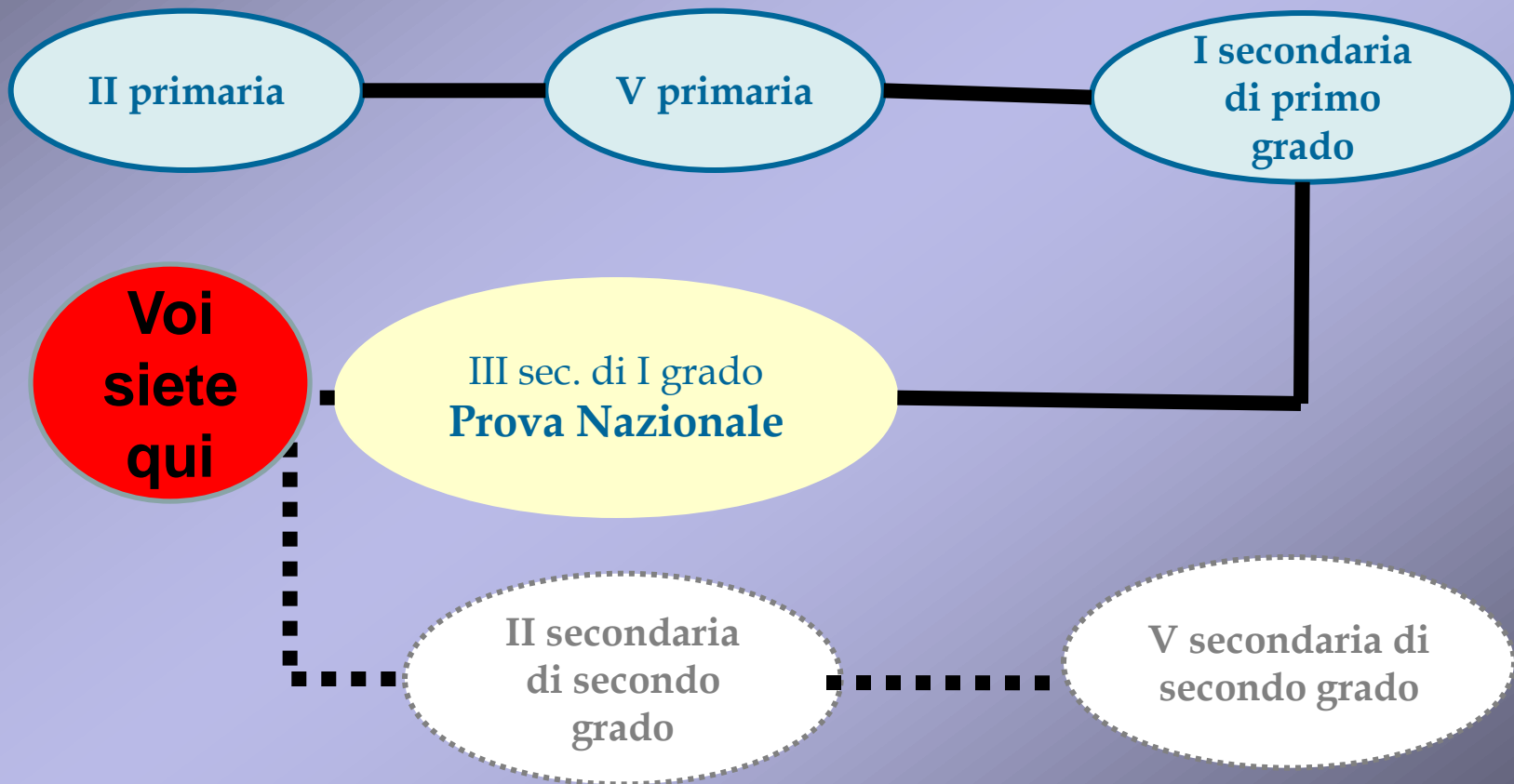
ANALISI DI ALCUNI PROCESSI COGNITIVI

PROGETTO EM.MA 2

Reggio Emilia, 29 aprile 2010



l'apprendimento della Matematica richiede tempi lunghi e quindi anche la valutazione dell'apprendimento va calibrata sul lungo periodo



Matematica: *leggere i risultati – gli strumenti*

cosa valuta la prova di matematica?

nel complesso della prova:
**il quadro di riferimento
di matematica**

per i singoli quesiti :
le note di commento

Matematica: *i contenuti*

SNV
<i>Numeri</i>
<i>Spazio e figure</i>
<i>Relazioni e funzioni (* dalla V primaria)</i>
<i>Misure, dati e previsioni</i>



Oggetti
della
conoscenza
piuttosto
che teorie



NUMERI



Le competenze che si costruiscono all'interno di questo nucleo sono legate ai molti approcci e significati che si incontrano nelle esperienze scolastiche ed extrascolastiche, alle numerose conoscenze ed abilità relative alle operazioni aritmetiche, ma soprattutto al riconoscimento delle diverse situazioni problematiche che sono caratterizzate da considerazioni quantitative e alla conseguente scelta di strategie risolutive. (UMI-CIIM 2001)

Il ventaglio dei quesiti proposti per questo ambito è stato **abbastanza ampio**, probabilmente il più vario dei quattro. Dipende anche dal fatto che nel primo ciclo e in particolare nella scuola primaria è il nucleo dove c'è più pratica didattica.

Quesiti riguardanti:

- **Insiemi numerici**: ordinamenti, confronti, percentuali, scritture diverse dello stesso numero,
- **problemi**: con dati inutili, mancanti, risolvibili con strategie di soluzione diverse ...
- **operazioni**: proprietà, calcolo, confronti
- **stima del risultato**
-

Le difficoltà si presentano laddove sono in gioco i significati piuttosto che gli aspetti algoritmici

4. La mamma di Lucia sta facendo la spesa al supermercato. Il tabellone del banco indica che stanno servendo il numero che vedi. La mamma ha preso il biglietto con il numero 39.

Quante tra le persone in attesa saranno servite prima di lei?



- ☐ A. 38
- ☐ B. 3
- ☐ C. 5

10. Quale numero corrisponde a 4 decine e 15 unità?

- ☐ A. 45
- ☐ B. 55
- ☐ C. 415

Il primaria 2008-2009

A 33,5 %
B 39,3%
C 22,3%

A 40,3 %
B 20,0%
C 30,7%



SPAZIO E FIGURE



*Il nucleo si configura come **studio dello spazio e degli oggetti** in esso presenti (linee, figure , solidi) e si articola in uno studio sperimentale, orientandosi poi verso l'utilizzo di metodi matematici, in una progressiva evoluzione **dall'empirismo** e dalla percezione **alla sistematizzazione** dei concetti e alla loro formalizzazione (UMI CIIM 2001)*

5. Un trapezio isoscele ha la base maggiore di 14 cm, la base minore di 8 cm, l'altezza di 4 cm e i lati obliqui di 5 cm. Quanto misura il perimetro del trapezio?

☐ A. 36 cm².

☐ B. 31 cm.

☐ C. 44 cm².

☒ D. 32 cm.

In Italia

A 8,9%

B 40,1%

C 8,3%

D 40,2%

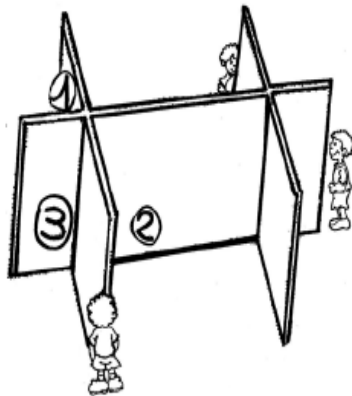
V primaria 2008-2009

Su questa domanda, le differenze regionali sono molto marcate: si va dal 31% della Sicilia al 51,3% delle Marche (passando per il 39,7% della Liguria)

L'errore più frequente è stato
usare tutti i dati presenti

E' importante introdurre, come scritto nelle Indicazioni, aspetti geometrici legati alla **rappresentazione spaziale** molto presto, facendo riferimento ad esperienze comuni degli allievi, peraltro già presenti nei “vecchi” programmi

13. Tre bambini stanno cercando la palla per giocare ma nessuno dei tre adesso riesce a vederla. Dove è la palla?

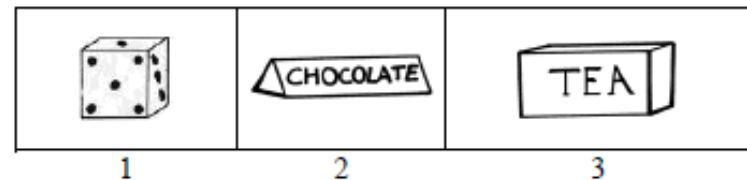


- ☐ A. Nella posizione 1
- ☐ B. Nella posizione 2
- ☐ C. Nella posizione 3

**Il primaria
corrette >70%**

SNV 2008-2009

22. Quale dei seguenti oggetti può essere descritto con la frase: “Ha 6 facce, 12 spigoli, 8 vertici”?



- ☐ A. Nessuno.
- ☐ B. Solo il numero 1.
- ☐ C. Il numero 1 e il numero 3.
- ☐ D. Tutti.

**V primaria
corrette > 50%**

In questo ambito poche sono le attività didattiche che riguardano:

- *Saper vedere nello spazio*
- *Immaginare ciò che nelle rappresentazioni bidimensionali non si vede*
- *rappresentazioni da punti di vista diversi*

-

Ma anche quesiti su

- *Trasformazioni geometriche, anche in contesti reali (riduzioni, ingrandimenti, ombre solari, ecc)*
- *Costruzioni geometriche*
- *Proprietà delle rette (parallelismo, perpendicolarità) anche in situazioni extra-scolastiche*

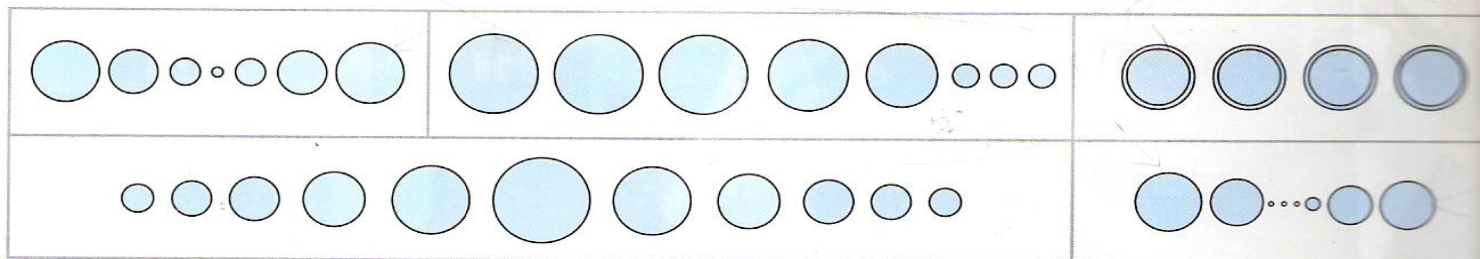
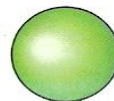
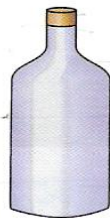
e

- *situazioni problematiche “sensate”*

Per esempio...

- Si realizzano alcune costruzioni con dei cubetti: si chiede di disegnarli visti in pianta, di fronte, di lato.
- Individuare le sezioni di un solido

28 Associa a ogni oggetto le sue sezioni successive.

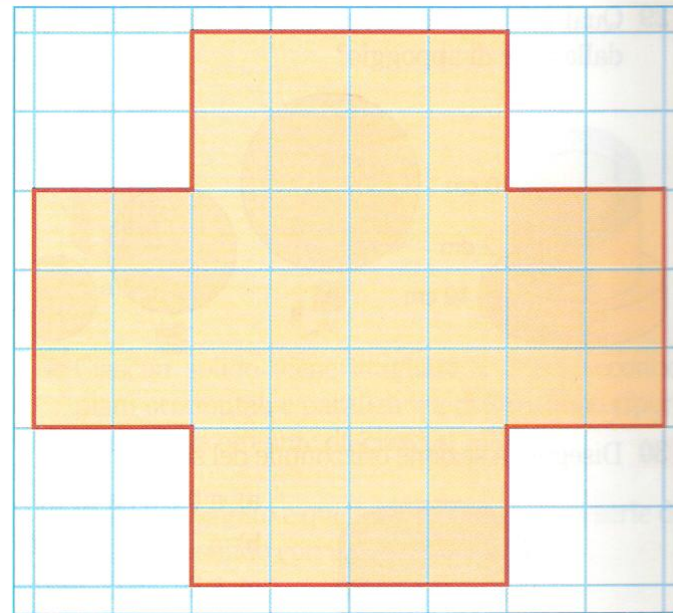
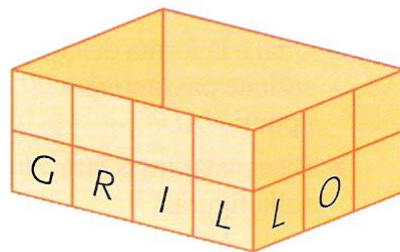


Per esempio...

Gli sviluppi piani

36 Diana studia gli insetti. Ecco alcune scatole da costruire in carta centimetrata senza coperchio (verranno ricoperte con plastica trasparente bucherellata).

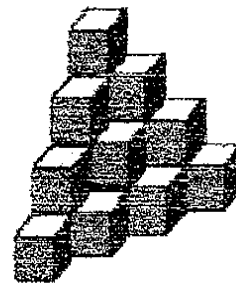
- Disegna il nome dell'insetto sullo sviluppo nella posizione mostrata dalla figura.
- Costruisci le scatole.



Giochi d'autunno 2004 - Bocconi

1. CUBETTI

Quanti cubetti sono stati utilizzati per costruire questa piramide?



Non solo i cubi visibili...

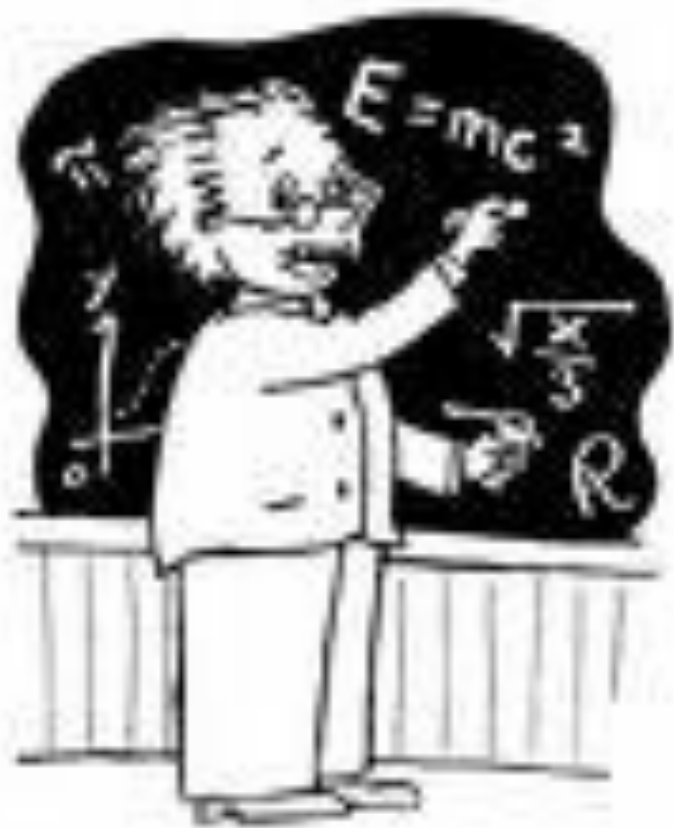
CUBI COLORATI (Giochi d'autunno 2008-Bocconi)

Dipingiamo tutte le facce di un grande cubo. Poi, con una sega, facciamo 9 tagli in modo da dividerlo in cubi più piccoli aventi tutti la stessa dimensione. Non spostiamo nessun pezzo prima di aver completato i tagli.

Dei cubi piccoli così ottenuti, alcuni sono colorati (nel senso che hanno almeno una faccia dipinta); altri non hanno invece alcuna traccia di colore.

Quanti sono i cubi piccoli colorati?

Tante informazioni da tenere sotto controllo...



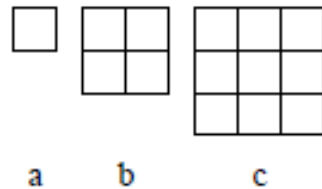
Relazioni e funzioni

*La nozione di relazione, e il caso particolare di funzione, è un concetto basilare in matematica per l'apprendimento degli allievi dai sei ai quattordici anni: si tratta infatti di un **concetto unificante** che permette di sintetizzare molti altri concetti matematici e condensare varie esperienze didatticamente significative. (UMI CIIM 2001)*

Nei quesiti proposti nell'ambito delle relazioni si è giocato soprattutto sui seguenti contenuti:

- *Relazioni fra numeri (doppio, triplo, ...)*
- *Ricerca di regolarità numeriche e geometriche*
- *proporzionalità (in genere ricette)*

7. Osserva le seguenti figure in sequenza.



Di quanti quadratini sarà formata la figura successiva?

- ☐ A. 12.
- ☐ B. 14.
- ☐ C. 16.
- ☐ D. 18.

A 21,8%

B 32%

C 38,8%

D 6,7%

V primaria 2008-2009

Chi ha risposto A o B (53,8% degli studenti) ha individuato una relazione fra due figure (+3 o +5) ma non ha verificato che la relazione valesse per tutte le figure

Anche in questo sarebbe bene ampliare il ventaglio delle attività in classe su:

- *proprietà dei numeri*
- *rappresentazioni grafiche di fenomeni*
- *approccio “sensato” all'algebra (variabili, incognite, equazioni)*
-

Per esempio....

Completa le sequenze:

21, 20, 22, 19, 23, 18, 24, 17,

2, 5, 12, 27, 58,

Quale direzione avrà la 65-esima freccia ?



La somma dei primi n numeri naturali

$$n = 1 \quad 1 = 1$$

$$n = 2 \quad 1 + 2 = 3$$

$$n = 3 \quad 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\dots = n(n+1)/2$$

Per esempio...

Attività M@t.abel CHICCHI DI RISO

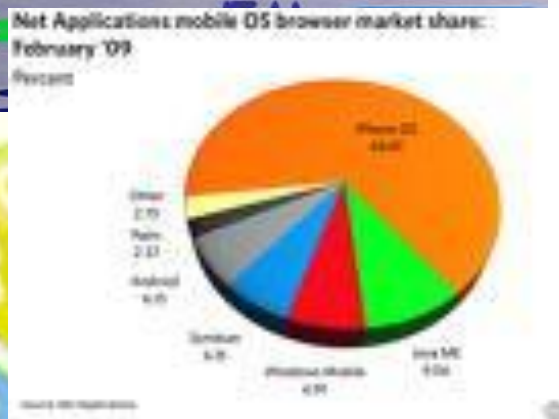
"mi darai un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via, raddoppiando la quantità ad ogni casella fino alla sessantaquattresima e ultima." (...) Il re rise di questa richiesta, dicendogli che poteva avere qualunque cosa e invece si accontentava di pochi chicchi di grano.

BASTA 1 KG DI RISO PER ACCONTENTARE IL
BRAMINO? FAI LE TUE PREVISIONI

Dopo aver compreso la necessità di utilizzare le potenze si arriva a completare la tabella...

Stimare il peso di un chicco di riso...

n. chicchi	Poten ze di 2	Somma delle potenze
1	2^0	1
2	2^1	3
4	2^2	7
8	2^3	15
16	2^4	31
?	2^n	?
?	2^{63}	?



MISURA DATI E PREVISIONI

Le competenze che il nucleo persegue hanno lo scopo di contribuire ad una formazione culturale del cittadino che gli consenta di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. (UMI_CIIM 2001)

Il nucleo è risultato il più facile per gli studenti, in contrasto con i risultati PISA e soprattutto con la pratica didattica che su questo ambito è in genere carente di tempo ed esempi.

I quesiti proposti sono risultati “ troppo” facili e le richieste agli studenti limitate. E’ anche opportuno ricordare che nella pratica didattica a questo ambito si dedica in genere poco spazio.

Negli anni passati i quesiti hanno riguardato soprattutto.

- *individuazione di unità di misura e /o strumenti di misura adeguati*
- *lettura e interpretazione di grafici di situazioni famigliari (sport preferito , libro preferito,ecc)*

E' necessario ampliare il ventaglio delle attività relative all'ambito ad esempio con:

- **situazioni reali** (utilizzando per quanto possibile grafici e tabelle prese dalla realtà, individuando situazioni sulla probabilità significative non troppo “scolastiche”)
- **situazioni significative** per la comprensione dei principali concetti di misura, statistica e probabilità (spazio degli eventi, classificazioni, frequenze, moda, mediana, media aritmetica)
-

153 Osserva la tabella.

- a) Per ogni regione data, calcola il numero medio di componenti per famiglia, arrotondando ai decimi.
- b) Rappresenta in un grafico i valori ottenuti al passo precedente.

Popolazione residente per famiglie e componenti, per regione (censimento 2002)

Regioni	Famiglie	
	Numero	Componenti
Piemonte	1 779 054	4 124 575
Valle d'Aosta	53 237	118 193
Liguria	706 254	1 548 210
Umbria	309 609	809 905
Lazio	1 937 353	4 939 701
Campania	1 838 826	5 634 330
Calabria	699 220	1 983 149
Sardegna	570 845	1 590 797

Fonte: Istat, *Annuario statistico italiano*, 2002

E S E R C I Z I

LIVELLO 3

COMPETENZA: SAPER APPLICARE LE CONOSCENZE

154 Considera la tabella emanata dal ministero della Giustizia, poi esegui.

- a) Calcola il totale dei condannati (donne + uomini) e il totale degli imputati, poi rappresenta i valori trovati mediante un ortogramma.
- b) Calcola il totale delle donne detenute (condannati + imputati) e il totale degli uomini detenuti, poi rappresenta i valori trovati mediante un ortogramma.

Detenuti nelle carceri italiane (giugno 2003)

	Donne	Uomini
Condannati	1586	34 293
Imputati	979	19 545

Fonte: Ministero della Giustizia

Dati e previsioni -
Minerva Italica

Per esempio...

- Linda tiene molto al suo look. Può scegliere di indossare un cappello, una sciarpa e una giacca scegliendo a caso tra 2 cappelli diversi, 3 sciarpe e 2 giacche diverse. Quali e quanti abbinamenti ha a sua disposizione Linda?

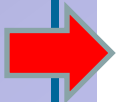
(costruzione del grafo ad albero per determinare lo spazio degli eventi)

(Attività m@t.abel)

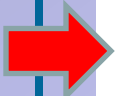


I processi cognitivi del QDR

1. Conoscere e padroneggiare **contenuti specifici** della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture ...*)
2. Conoscere e padroneggiare **algoritmi e procedure** (*in ambito aritmetico, geometrico ...*)
3. **Saper risolvere problemi** utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare informazioni utili, confrontare strategie di risoluzione, individuare schemi, esporre il procedimento risolutivo, ...*)
4. Conoscere e utilizzare **diverse forme di rappresentazione** e saper passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, tabellare, ...*)



5. Riconoscere in contesto il **carattere misurabile** di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti (*stimare una misura, individuare l'unità di misura appropriata, ...*)
6. Utilizzare la matematica appresa per il **trattamento quantitativo dell'informazione** in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno con strumenti statistici o funzioni, costruire un modello ...*)
7. Acquisire progressivamente **forme tipiche del pensiero matematico** (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)



Quali sono i quesiti andati peggio
l'anno scorso?
Possono darci alcune informazioni?

II PRIMARIA

16. Daniele ha tre mazzetti di 40 figurine ciascuno. Nicola ha 120 figurine. Quante figurine deve comprare Nicola per avere lo stesso numero di figurine che ha Daniele?

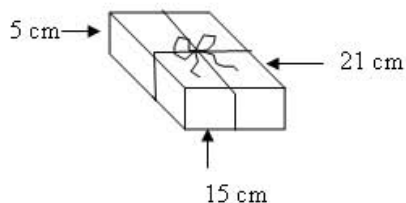
- ☐ A. Ottanta
- ☐ B. Quaranta
- ☐ C. Nessuna

A) 20,8%
B) 41,2%
C) 27,4%
OMESSE 10,6%

Il 41% dei bambini ha ragionato solo sui numeri (scritti in cifre) presenti nel problema

V PRIMARIA

17. Alessandra acquista un libro all'ipermercato; a casa prepara un pacchetto simile a questo:



Quanti cm di nastro ha usato in tutto, sapendo che per fare il fiocco ne sono serviti 30 cm?

- ☐ A. 41.
- ☐ B. 71.
- ☐ C. 112.
- ☒ D. 122.

A)28,9%

B)41,5%

C)12,6%

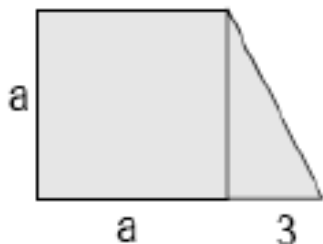
D)14,7%

OMESSE 2,3%

Il 70,9% dei bambini ragiona solo sui numeri presenti nel testo o figura! Il 41,5% degli allievi ha sommato le tre dimensioni e il fiocco, una possibile interpretazione è che è difficile immaginare *ciò che non si vede*; un'altra potrebbe essere il meccanismo *"in un problema si usano tutti e solo i numeri che ci sono"*!

PROVA NAZIONALE III media 2009

D18. Scrivi la formula che esprime come varia l'area A della figura qui di fianco, al variare della lunghezza a .



$A =$ _____

Risposta corretta 26,8%
Risposta errata 64,3%
Omissioni 9%

In molti fascicoli era scritta l'area del trapezio nella forma $A = (B+b) \cdot h / 2$ segno che il problema non sta nella conoscenza della formula dell'area del trapezio.

Si tratta di scrivere la relazione fra due grandezze espresse con variabili. Il quesito mette in discussione più la **pratica didattica** che non le competenze degli allievi!

Questi esempi ci dicono molto sulla prassi didattica:

“in un problema si usano i numeri che ci sono e si usano tutti!!”

Esercizio-tipo: *Un pastore ha 15 pecore, 10 capre, 2 cani. Quanti anni ha il pastore?*

l'assenza di attività di riflessione, di metacognizione. Come si risolve un problema? Cosa devo fare? A che cosa devo stare attento/a?

le difficoltà nell'interpretare rappresentazioni diverse e nel passare dall'una all'altra:

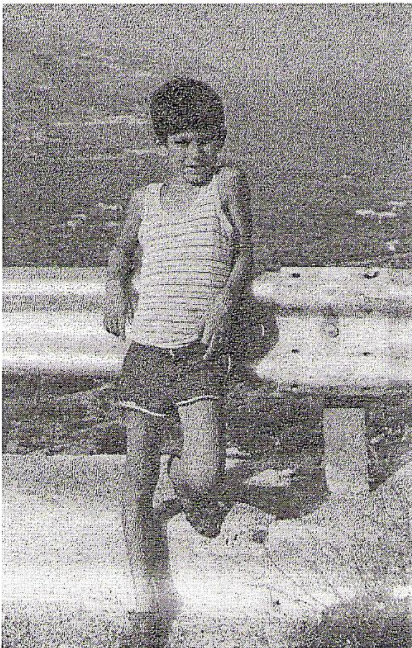
TRE è un numero, in che cosa è diverso da 3?

Quali sono i dati di un esercizio?

..sono tutte le informazioni necessarie per determinare la soluzione

la natura dei problemi che si presentano in classe:
sono *problemi* o *esercizi*?

Una situazione problematica (M@t.abel)



Piero: “Sarebbe carino sapere quanto sei cresciuto.”

Luca:” Ma come si fa, non so quanto ero alto quando avevo cinque anni. E nemmeno la mamma se lo ricorda.”

L'insegnante: “Come potete fare per aiutare Luca e Piero a determinare la statura di Luca quando aveva cinque anni e di quanto è cresciuto da allora a oggi?”